



# Abiturprüfung Mathematik

## Handreichung für Prüflinge

### Inhaltsverzeichnis

1 Was sind die Unterschiede zwischen den Prüfungen?.....	1
2 Was muss ich wissen und können?.....	3
2.1 Analysis.....	3
2.1.1 Grundlagen aus Vorkurs und E-Phase.....	3
Gleichungslehre.....	3
Funktionsbegriff.....	3
2.1.2 Schwerpunkte im Semester ma-1.....	4
Ableitungsbegriff.....	4
Anwendung des Ableitungsbegriffs.....	4
2.1.3 Schwerpunkte im Semester ma-2.....	5
Integralbegriff.....	5
Anwendung der Integralrechnung.....	5
2.1.4 Schwerpunkte im Semester ma-4.....	6
Exponentielle Funktionen.....	6
Wachstumsvorgänge.....	6
2.2 Analytische Geometrie (Semester ma-3).....	7
2.3 Stochastik.....	8
2.3.1 Grundlagen aus der E-Phase.....	8
2.3.2 Schwerpunkte im Semester ma-2.....	9
2.3.3 Schwerpunkte im Semester ma-4.....	9
3 Beispielaufgaben.....	10
3.1.1 Schriftliche Abiturprüfung.....	10
3.1.2 Mündliche Abiturprüfung.....	10

### Was sind die Unterschiede zwischen den Prüfungen?

Kollegiatinnen und Kollegiaten<sup>1</sup> können in drei Formen im Fach Mathematik Prüfungen absolvieren:

- schriftliche Prüfung
- mündliche Prüfung
- fünfte Prüfungskomponente

<sup>1</sup> Kollegiatinnen und Kollegiaten wird im Folgenden mit KuK abgekürzt.

Es gelten folgende Besonderheiten:

	<b>Mündliche Prüfung</b>	<b>Schriftliche Prüfung (Grundkurs)</b>
formal	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Zwei Aufgaben aus zwei Semestern, (keine Auswahlmöglichkeit)</li> <li>• Vorbereitungszeit (20 Minuten), Hilfsmittel: ETR, Tafelwerk</li> <li>• Prüfung (20 Minuten) je Aufgabe 5 Minuten zum Vortragen und 5 Minuten für das Prüfungsgespräch zum Thema</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Arbeitszeit: 255 Minuten (inclusive 30 min Auswahlzeit)</li> <li>• <b>Teil 1</b> (ohne Hilfsmittel) 20BE keine Auswahlmöglichkeit</li> <li>• <b>Teil 2</b> (Hilfsmittel: ETR, Tafelwerk) Je zwei strukturierte Aufgaben zu drei Themenfeldern, von denen jeweils eine ausgewählt werden und bearbeitet werden muss</li> </ul>
inhaltlich	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Eine Aufgabe aus ma-4 (Wachstumsvorgänge, Stochastik)</li> <li>• Eine Aufgabe aus einem vom Prüfling zu Beginn von Q-4 angegebenen Wahlsemester (ma-1, ma-2 oder ma-3)</li> </ul>	<p><b>Teil 1</b> bezieht sich auf alle drei Themengebiete, <b>Teil 2</b> Es muss je eine Aufgabe aus</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Analysis, (40BE)</li> <li>• analytische Geometrie (20BE) und</li> <li>• Stochastik (20BE)</li> </ul> <p>bearbeitet werden</p>
Kompetenzen	<p>Schwerpunkt ist das <b>Reden über</b> Inhalte und Methoden der Mathematik (Vortrag und Gespräch).</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• gebraucht wird Übersicht und Verständnis über die Mathematik der Oberstufe, über Zusammenhänge zwischen den Themenfeldern, Methoden und grundlegende Begriffe,</li> <li>• Verfahren und Methoden müssen erläutert und angewendet werden können</li> <li>• geeignete graphische Darstellungen sollten entwickelt und in den Vortrag integriert werden können</li> <li>• gefordert ist die schnelle Reaktion auf Fragen zum Thema im Prüfungsgespräch</li> </ul>	<p>Schwerpunkt ist das <b>Lösen von strukturierten Aufgaben</b> aus den drei Themengebieten der Mathematik der Oberstufe.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• gebraucht wird das Analysieren von Aufgabentexten, das Auswählen geeigneter Methoden zur Lösung und das sichere Beherrschen der Lösungsverfahren,</li> <li>• notwendig sind sichere Kenntnisse bei Umformung von Termen und Gleichungen, beim Rechnen und der der Nutzung des Taschenrechners</li> <li>• geeignete graphische Darstellungen von Funktionsgraphen, geometrischen Figuren</li> <li>• gefordert ist die lange und konzentrierte Arbeit und sorgfältige und strukturierte Darstellung von Lösungen</li> </ul>

### Fünfte Prüfungskomponente

Für die fünfte Prüfungskomponente kann das Fach Mathematik sowohl als Bezug- als auch als Referenzfach gewählt werden. Eine detaillierte Beratung erfolgt durch den pädagogischen Koordinator.

Die mathematischen Inhalte der Prüfung müssen einen **Bezug zur Mathematik der Oberstufe** besitzen.

Details werden während der Erstellung der Prüfungsarbeit in Beratung mit den betreuenden Fachlehrern vereinbart.

# 1 Was muss ich wissen und können?

## 1.1 Analysis

### 1.1.1 Grundlagen aus Vorkurs und E-Phase

Vorausgesetzt werden Sicherheit und Verständnis in den folgenden Themenfeldern, ohne dass sie explizit Prüfungsthema sind.

Die entsprechenden Fachbegriffe gehören zum aktiven Wortschatz der KuK.

#### **Gleichungslehre**

Die KuK können lineare, quadratische und einfache Gleichungen dritten Grades äquivalent umformen und lösen. (Lösen durch *Freistellen der Variable*, *Lösungsformel für quadratische Gleichungen*, *Faktorisieren von Summentermen*, *Polynomdivision*)

Sie können Lösungsmengen angeben und prüfen, ob Zahlen zur Lösungsmenge einer Gleichung gehören.

Sie können einfache Gleichungssysteme aus Sachkontexten erstellen und sie mit geeigneten Verfahren lösen. (*Einsetzverfahren*, *Gleichsetzungsverfahren*, *Additionsverfahren*).

#### **Funktionsbegriff**

Die KuK

- kennen Funktionen als eindeutige Zuordnungen,
- können Wertetabellen erstellen und Graphen zeichnen,
- können die Lage der Graphen im Koordinatensystem beurteilen (Schnittpunkte mit den Achsen berechnen),
- können die behandelten Funktionstypen (*lineare Funktionen*, *quadratische Funktionen*, *Polynome*, *einfache gebrochen rationale Funktionen*) klassifizieren und kennen ihre wesentlichen und typische Eigenschaften
  - typische Verläufe der Graphen,
  - Symmetrie, Monotonieverhalten,
  - Nullstellen,
- können den Schnitt von Funktionsgraphen mit Hilfe von Gleichungen beschreiben und Schnittpunkte von Funktionen berechnen.

Ebenso wird vorausgesetzt, dass die KuK mit einem einfachen wissenschaftlichen Taschenrechner sicher umgehen können und das Tafelwerk *Tabellen und Formeln* (paetec) als Nachschlagewerk verwenden können.

## 1.1.2 Schwerpunkte im Semester ma-1

Das Semester ma-1 hat als Schwerpunkte den Begriff der ersten Ableitung und die Anwendung des Ableitungsbegriff innerhalb der Mathematik und in Sachkontexten.

### Ableitungsbegriff

Die KuK verfügen über ein inhaltliches Verständnis des Begriffs der *ersten Ableitung* an einer Stelle. Sie kennen die Definition als Grenzwert und können den Ableitungsbegriff interpretieren. Sie kennen den Unterschied zwischen dem *durchschnittlichen Anstieg* einer Funktion auf einem Intervall und dem *lokalen Anstieg* an einer Stelle.

Sie kennen die *Ableitungsregeln* und können Funktionen mit ihnen sicher ableiten.

Die KuK kennen den Unterschied zwischen der *Ableitung einer Funktion an einer Stelle* und der *Ableitungsfunktion* einer Funktion.

### Anwendung des Ableitungsbegriffs

1. Die KuK können mit Hilfe der Differentialrechnung eine Kurvendiskussion durchführen. Sie können mit Hilfe der ersten, zweiten und dritten Ableitungsfunktion

- die betreffenden Kriterien nennen, erläutern und anwenden für

die Berechnung spezieller Punkte:

- Lokale Extrempunkte (Hoch- bzw. Tiefpunkte)
- Wendepunkte

die Untersuchung des Verhaltens von Graphen auf Intervallen:

- Monotonieverhalten
- Krümmung der Graphen

2. Die KuK können Extremwertprobleme sachgerecht bearbeiten.

Im Einzelnen können sie

- entsprechende Sachkontexte analysieren und mit Hilfe von Bedingungen mathematisch modellieren, d.h. geeignete Gleichungen aufstellen,
- mit Hilfe von *Nebenbedingungen* die Zahl der Variablen auf eine reduzieren und so eine *Zielfunktion* finden, bei der die Zielgröße nur von einer Variablen abhängt,
- das Problem mit Hilfe der Zielfunktion und der Methoden der Differentialrechnung lösen, d.h. geeignete Extremwerte der Funktion bestimmen und beurteilen, ob das Extremwertproblem gelöst ist.

3. Die KuK können Funktionen anhand charakteristischer Eigenschaften rekonstruieren. Dazu wählen sie einen geeigneten Ansatz für die gesuchte Funktion mit Hilfe von Parametern und stellen geeignete Gleichungen zu den Bedingungen auf. Sie nutzen die Kenntnisse der Kurvendiskussion über die Zusammenhänge zwischen den Ableitungen und den Funktionseigenschaften.

Das entstehende Gleichungssystem können sie lösen und prüfen, ob die so gefundene Funktion die geforderten Eigenschaften besitzt.

### 1.1.3 Schwerpunkte im Semester ma-2

Das Semester ma-2 hat als Schwerpunkte den **Begriff des Integrals** und die **Anwendung der Integration von Funktionen** innerhalb der Mathematik und in Sachkontexten:

#### Integralbegriff

Die KuK verfügen über ein inhaltliches Verständnis des Begriffe des *bestimmten Integrals einer Funktion auf einem Intervall* und des Begriffs des *Stammfunktion einer Funktion*.

Sie kennen die Definition als Grenzwert von Ober- und Untersummen bzw. als Umkehrung des Differenzierens.

Sie kennen den Unterschied zwischen der *Stammfunktion einer Funktion* und dem *unbestimmten Integral*.

Sie kennen die *Integrationsregeln* und können zu linearen und quadratischen Funktionen, zu Polynomen und zu Exponentialfunktionen Stammfunktionen berechnen.

Sie kennen den *Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung* und können mit seiner Hilfe bestimmte Integrale berechnen.

#### Anwendung der Integralrechnung

1. Die KuK können mit Hilfe der Integralrechnung **Flächenberechnungen** durchführen.

Sie erkennen die Fälle und legen gegebenenfalls geeignete Teilintervalle und Teilflächen fest. Typische Fälle sind

- Flächen zwischen einem Funktionsgraphen und der x-Achse
- Flächen, die vollständig von Funktionsgraphen umschlossen werden

2. Die KuK können **praktische Anwendungen** sachgerecht bearbeiten. Beispiele sind Probleme aus den Themenkreisen Änderungsrate und Bestand, Bewegungsvorgänge und Zusammenhänge zwischen Weg und Geschwindigkeit.

Im Einzelnen können sie

- entsprechende Sachkontexte analysieren und mit Hilfe von Bedingungen mathematisch modellieren, d.h. geeignete Integralgleichungen aufstellen,
- mit Hilfe von geeigneten Methoden diese Gleichungen lösen und prüfen, ob das Problem gelöst wurde.

## 1.1.4 Schwerpunkte im Semester ma-4

Das Semester ma-4 hat als Schwerpunkte die Beschreibung von Wachstumsvorgängen und die Untersuchung exponentieller Funktionen.

### Exponentielle Funktionen

Die KuK kennen

- *Exponentialfunktionen* und ihre Umkehrfunktionen, die *Logarithmusfunktionen*,
- die Funktionsgleichungen,
- die charakteristische Eigenschaften und
- den typischen Verlauf der Graphen.

Sie können

- Wertetabellen erstellen und Graphen zeichnen,
- Ableitungen und Stammfunktionen berechnen und im Kontext Flächen berechnen,
- Kurvendiskussionen zu Funktionen mit exponentiellen oder Logarithmus-Termen durchführen.

### Wachstumsvorgänge

Die KuK kennen verschiedene Wachstumsmodelle (*lineares Wachstum, exponentielles Wachstum, unbeschränktes und beschränktes Wachstum*) und können

- Wachstumsvorgänge beschreiben und beurteilen,
- Graphen zeichnen und interpretieren,
- Wachstumsfunktionen bestimmen, die zu gegebenen Daten passen und Prognosen erstellen,
- verschiedenen Modelle vergleichen und beurteilen.

## 1.2 Vektorrechnung und analytische Geometrie

Das Themenfeld Vektorrechnung und analytische Geometrie wird nur im dritten Semester (ma-3) behandelt.

1. Die Kollegiatinnen und Kollegiaten (im Folgenden KuK) können im dreidimensionalen Anschauungsraum  $\mathbb{R}^3$ 
  - gegebene Punkte, Strecken, Pfeile, Geraden in ein Koordinatensystem (KS) einzeichnen,
  - aus dreidimensionalen Zeichnungen Punkt- und Vektorkoordinaten entnehmen,
  - elementare geometrische Körper (Quader, Prismen, Pyramiden) darstellen,
  - mit Vektoren rechnen (Addition, S-Multiplikation) und die Rechnungen geometrisch deuten,
  - den Betrag von Vektoren zur Entfernungs- und Längenbestimmung berechnen.
2. Sie können
  - Geraden mit Vektorgleichungen und Ebenen mit Vektor- und Koordinatengleichungen beschreiben,
  - Punkte auf Geraden und auf Ebenen berechnen und entscheiden, ob Punkte zu Geraden oder Ebenen gehören oder nicht,
  - die Spurpunkte von Geraden und die Spurgeraden von Ebenen bezüglich der Koordinatenebenen ermitteln,
3. Die KuK können
  - das Skalarprodukt zweier Vektoren berechnen und
  - mit seiner Hilfe Vektoren auf Orthogonalität prüfen sowie Winkel berechnen.
4. Die KuK können die gegenseitige Lage von Punkten, Geraden und Ebenen sachgerecht untersuchen. Dazu können sie
  - die verschiedenen Fälle der Lage klassifizieren und anhand geeigneter Skizzen erläutern,
  - die entsprechenden Bedingungen mit Hilfe von Gleichungen beschreiben, (Schnittbedingungen und Bedingungen zur Kollinearität und Orthogonalität von Vektoren),
  - die entsprechenden Vektorgleichungen und linearen Gleichungssysteme lösen und die Lösbarkeit sachgerecht interpretieren,
  - die Abstände zwischen Punkten, zwischen Punkten und Geraden, zwischen Punkten und Ebenen, sowie zwischen parallelen Geraden und Ebenen berechnen,
  - Winkel zwischen schneidenden Geraden, zwischen Geraden und Ebenen, sowie Schnittwinkel zwischen Ebenen berechnen.
5. Die KuK können im Zusammenhang mit elementaren geometrischen Sachverhalten angemessene vektorielle Ansätze finden und durchrechnen. (Wie z.B. Prüfen von Figuren auf besondere Eigenschaften: Parallelogramm, Trapez, Quadrat, Rechteck, Raute; Regelmäßigkeit von Dreiecken oder Pyramiden; Berechnen von Inhalten, Umfängen und Winkeln.)
6. Die KuK können für Anwendungen mit Realitätsbezug angemessene vektorielle Ansätze entwickeln, beschreiben, durchrechnen und die Ergebnissen im Sachkontext interpretieren. (z.B. einfache Projektionen und Schattenwürfe, einfache Modelle für Gebäude, Kursvektoren, ... )
7. Zur aktiven Fachsprache gehören:
  - Punkt, Ortspfeil (Ortsvektor), Verbindungspfeil (Pfeil), Vektor und die jeweilige

Koordinatendarstellung,

- Stützvektor und Richtungsvektor(en), Parameter mit Parametergrundbereich, vektorielle Geradengleichung,
- kollineare Vektoren, orthogonale Vektoren,
- Vektorsumme, Vervielfachung von Vektoren mit Zahlen, Skalarprodukt,
- Spurpunkte von Geraden, Spurgeraden von Ebenen,
- relative (gegenseitige) Lage von Geraden zueinander (identische, parallele, schneidende, windschiefe Geraden).
- Stütz- und Spannvektoren von Ebenen, Normalenvektoren von Ebenen,
- verschiedene Formen für die Beschreibung einer Ebene E

Vektorgleichung in *Parameterform*:  $E: \vec{x} = \vec{x}_0 + r \cdot \vec{a} + s \cdot \vec{b} ; (r, s \in \mathbb{R})$

Die Richtungsvektoren  $\vec{a}, \vec{b}$  sind nicht kollinear.

Vektorgleichung in *Normalenform*:  $E: (\vec{x} + \vec{x}_0) \cdot \vec{n} = 0$  und

*Koordinatenform*:  $E: A \cdot x + B \cdot y + C \cdot z = D ; (A, B, C, D \in \mathbb{R})$

## 1.3 Stochastik

### 1.3.1 Grundlagen aus der E-Phase

Vorausgesetzt werden Sicherheit und Verständnis zu den folgenden Themenfeldern, ohne dass sie explizit Prüfungsthema sind.

Die entsprechenden Fachbegriffe gehören zum aktiven Wortschatz der KuK.

Die KuK kennen

- die *Merkmale* eines *Zufallsexperiments* (Mehrdeutigkeit, Wiederholbarkeit, Unbestimmtheit) und können die *Ergebnismenge*  $\Omega$  von einfachen Zufallsexperimenten erstellen,
- die *Wahrscheinlichkeit*  $p$  als Funktion, die jedem Element der Ergebnismenge eine Zahl aus dem Intervall  $[0;1]$  zuordnet und kennen die Eigenschaften von  $p$ ,
- im Zusammenhang mit Zufallsexperimenten *Ereignisse* als Teilmengen von  $\Omega$ ,
- *Laplace-Experimente* mit endlicher Ergebnismenge und können deren

Wahrscheinlichkeitsverteilung als *Gleichverteilung* angeben  $p(e) = \frac{1}{n}$

$$p(E) = \frac{|E|}{|\Omega|} = \frac{\text{Anzahl der für E günstigen Ergebnisse}}{\text{Anzahl der überhaupt möglichen Ergebnisse}}$$

Sie können

- den Grad der Unbestimmtheit eines Ereignisses E (also die Wahrscheinlichkeit  $p(E)$ ) auf der Grundlage von Daten mit Hilfe der *relativen Häufigkeit* schätzen,
- *mehrstufige Zufallsexperimente* mit Hilfe von *Baumdiagrammen* analysieren und die Wahrscheinlichkeiten von Pfaden mit Hilfe der Pfadregeln berechnen,
- Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen mit Hilfe der *Wahrscheinlichkeitsfunktion*  $p$  berechnen.



### 1.3.2 Schwerpunkte im Semester ma-2

Im Zentrum der Stochastik des Kurses ma-2 stehen mehrstufige Zufallsexperimente.

Die KuK kennen

- *Bernoulli-Experimente* und die *Bernoulli-Ketten*, sowie deren Wahrscheinlichkeitsfunktionen,
- verschiedene *Modelle* zur Beschreibung von realen Zufallsexperimenten (*Lottomodell*, *Urnenmodell*),
- *kombinatorische Zählprinzipien* zur Bestimmung der Anzahl von Ergebnissen (z.B. Anzahl von Ziehungen mit bzw. ohne Zurücklegen, mit/ohne Berücksichtigung der Reihenfolge),
- die *Binomialverteilung* als Verteilungsfunktion für die Anzahlen der möglichen Erfolge in einer Bernoullikette der Länge  $n$  und der Erfolgswahrscheinlichkeit  $p$ .

Sie können

- zweistufige Zufallsexperimente mit *Bäumen* oder *Vierfeldertafeln* analysieren und die Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen berechnen,
- *Bernoulli-Ketten* mit Hilfe von Wahrscheinlichkeitsbäumen analysieren und berechnen, mit  $k$  als Anzahl der Erfolge bei  $n$  Wiederholungen und der Erfolgswahrscheinlichkeit  $p$  gilt:  
$$p(X = k) = B(n, p, k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{(n-k)} \quad (\text{Formel von Bernoulli})$$

### 1.3.3 Schwerpunkte im Semester ma-4

Der Schwerpunkt im Semester ma-4 liegt in einer Vertiefung der Kenntnisse zur Binomialverteilung und der Verallgemeinerung zur Normalverteilung.

Die KuK kennen

- den Begriff der *Zufallsgröße* mit Verteilungsfunktion,
- *Kenngößen* der Binomialverteilung (*Erwartungswert*, *Streuung*),
- Methoden zur Berechnung von *Punkt-* und *Intervallwahrscheinlichkeiten* im Zusammenhang mit der Binomialverteilung,
- die *Normalverteilung* als Grenzfall der Binomialverteilung für  $n \rightarrow \infty$ .

Sie können bei binomialverteilten Zufallsgrößen

- Erwartungswert und Streuung von binomialverteilten Zufallsgrößen berechnen und mit dem Gesetz der großen Zahlen interpretieren,
- Punkt- und Intervallwahrscheinlichkeiten mit Hilfe der Formeln und unter Verwendung entsprechender Tabellen berechnen,
- für sehr große Anzahlen  $n$  Wahrscheinlichkeiten binomialverteilter Zufallsgrößen mit Hilfe der Normalverteilung näherungsweise berechnen. Sie nutzen dazu die Tabellen zur Normalverteilung.

## 2 Beispielaufgaben

### 2.1.1 Schriftliche Abiturprüfung

Für das schriftliche Abitur sind die Aufgaben der letzten Jahr (inklusive der Lösungen) im Stark-Verlag erschienen. Sie können einzelne Aufgaben von Ihren Lehrkräften erhalten.

#### **Achtung!**

Bearbeiten Sie die Aufgabe erst, **nachdem** Sie die betreffenden Themen vollständig wiederholt haben.

1. Die Zahl der Aufgaben ist unendlich, so dass die Hoffnung auf eine perfekte Vorbereitung durch Rechnen der Aufgaben der Vergangenheit trügerisch ist!
2. Die Ansätze und Lösungsverfahren sind endlich. Sie können jede Aufgabe mit den angeführten Kenntnissen und Fähigkeiten bearbeiten!

### 2.1.2 Mündliche Abiturprüfung

Ein Prüfung besteht immer aus zwei Aufgaben, einer Aufgabe aus Ihrem gewählten *Schwerpunktsemester* und einer aus dem *Semester ma-4*.

Planen Sie in der *Vorbereitungszeit* (20 Minuten) zu jeder der beiden Aufgaben einen etwa **5-6 minütigen Vortrag**.

Überlegen Sie sich die *notwendigen Begriffe* und *Verfahren*, formulieren Sie *Ansätze für Rechnungen* und planen Sie *geeignete Skizzen*, Lösen Sie die *Rechenaufgaben*. Ihnen steht im Prüfungsraum eine Tafel zur Verfügung, auf der Sie Skizzen und wesentliche Ergebnisse darstellen sollten. Das detaillierte Vorrechnen von Standardschritten ist nicht Gegenstand der Prüfung, sondern wird erwartet.

Das **Prüfungsgespräch** knüpft an Ihre Darstellung an, klärt ggf. Ungenauigkeiten oder erweitert den Rahmen der Aufgabe. Ziel ist es, Ihnen Gelegenheit zu geben, zu zeigen was Sie können.

Falls Sie mit Aufgabenteilen Probleme hatten, sollten Sie nicht darauf hinweisen, Ihre prüfende Lehrkraft wird dies schlimmstenfalls merken und nachfragen oder ein anderes Themenfeld öffnen.

## Beispiele

### Aufgabe 1: Funktionsuntersuchung (ma-1)

Der Begriff der ersten Ableitung einer Funktion  $f$  an einer Stelle  $x_0$  ihres Definitionsbereiches ist ein zentraler Begriff der Analysis.

1. Eine gebräuchliche Deutung des Begriffs ist die Vorstellung des lokalen Anstiegs eines Funktionsgraphen.  
Erläutern Sie anhand einer geeigneten Skizze, wie dieser Begriff festgelegt wird.
2. Mit Hilfe ihrer ersten Ableitung lassen sich zahlreiche Eigenschaften einer Funktion finden.

Beschreiben Sie am Beispiel der Funktion  $f: f(x) = \frac{1}{2} \cdot x^2(x-4)$ , wie man die lokalen Extrempunkte des Funktionsgraphen ermitteln kann.

### Aufgabe 2: Punkte und Geraden (ma-3)

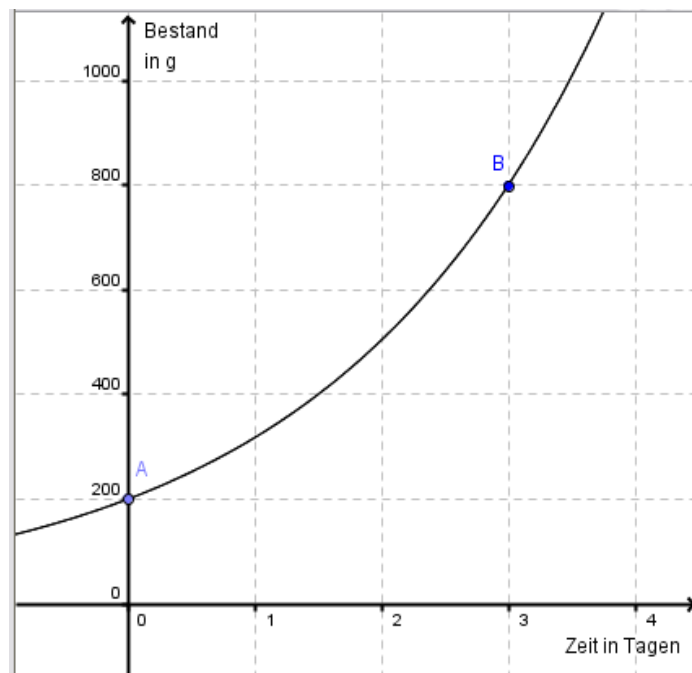
In der Vektorrechnung werden unter anderem Geraden durch Gleichungen beschrieben und ihre gegenseitige Lage im dreidimensionalen Anschauungsraum untersucht.

1. Erläutern Sie am Beispiel der Geraden  $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix}; r \in \mathbb{R}$  wie man mit Hilfe der Gleichung Geradenpunkte berechnen kann. Verwenden Sie die üblichen Fachbegriffe und skizzieren Sie die Gerade in einem Koordinatensystem.
2. Berechnen Sie, wo die Gleichung  $g$  die  $x$ - $y$ -Ebene durchstößt.
3. Weisen Sie nach, dass der Punkt  $P(8|0|5)$  nicht auf  $g$  liegt und geben Sie eine Gerade  $h$  an, die durch  $P$  verläuft und parallel zu  $g$  ist. Begründen Sie Ihren Ansatz.

### Aufgabe 3: Wachstumsvorgänge (ma-4)

Mathematische Funktionen werden häufig genutzt, um die Veränderung von Größen in der Zeit zu beschreiben.

Die nebenstehende Graphik zeigt die Entwicklung einer Hefekultur.



1. Bestimmen Sie eine geeignete Wachstumsfunktion der Form  $f: f(t) = c \cdot d^t$ . Berechnen Sie den Bestand nach 4 Tagen.
2. Neben dem exponentiellen Wachstum gibt es auch andere Wachstumsmodelle. Vergleichen Sie exponentielles Wachstum mit linearem Wachstum.

### Aufgabe 4: Stochastik (ma-4)

Eine Schachtel mit 100 Reißzwecken fällt zu Boden.

Ein Schüler, der sich im Unterricht mit Stochastik beschäftigt hat, zählt aus, wie oft die Spitze nach oben zeigt.

Er zählt 25 Reißzwecken mit der Spitze nach oben.

1. Erläutern Sie an diesem Beispiel den mathematischen Begriff **Zufallsexperiment**.
2. Beschreiben Sie diesen Vorgang als **binomialverteilte Zufallsgröße** und begründen Sie Ihre Überlegungen.
3. Wie wahrscheinlich ist es, dass bei einer Wiederholung des Vorgangs genau das gleiche Ergebnis (25 mal Spitze oben) eintritt?
4. Der Schüler nimmt nun 3 Reißzwecken.  
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für die in der Abbildung 1 dargestellte Situation?  
Beschreiben Sie Ihre Lösung mit einem Wahrscheinlichkeitsbaum.

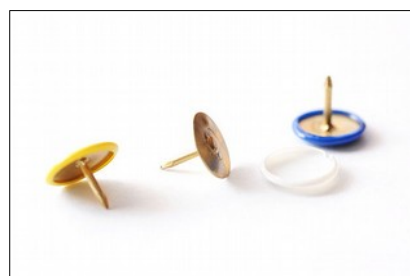


Abbildung 1: Reißzwecken